Kis Kavics Kupa 2019 — Eredmények

1. 0255 Ha Timon négyféle gyümölcsöt eszik reggelire, ez $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$ lehetőséget jelent. Ha háromfélét: $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3}$, ha kétfélét: $\frac{9 \cdot 8}{1 \cdot 2}$, ha egyfélét fogyaszt: 9 lehetőség adódik. Ez összesen 126 + 84 + 36 + 9 = 255 lehetőség.

2. 0100 A leggyorsabb hiéna sebessége 15 m/s, a leglassabbé 12 m/s. Előbbi utóbbihoz viszonyított relatív sebessége: 15 – 12 = 3 m/s. A feladatban leírtak ugyanazt jelentik, mintha egy hiéna 3 m/s sebességgel közeledné egy tőle 300 m-re lévő álló hiénához. Az ehhez szükséges idő $t = s / v = 300 / 3 = 100$ s.

3. 0039 Szimba x feladatot oldott meg jól. Ekkor: $x \cdot 20 - (91 - x) \cdot 15 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 39$

4. 0032 A gáz tömege $m = \rho \cdot V = 400 \cdot 2{,}64 = 1056$ g. Anyagmennyisége $n = N / N_A = 99 \cdot 10^{23} / (6 \cdot 10^{23}) = 16{,}5$ mol. Így a gáz moláris tömege $M = m / n = 1056 / 16{,}5 = 64$ g/mol. Ha monoxid (XO), akkor M(X) = 48 g/mol lenne, ez a Ti moláris tömegéhez esik közel, de a Ti jellemzően nem kétvegyértékű és oxidja szilárd. Ha oxidunk dioxid (XO_2), akkor M(X) = 32 g/mol, ami a S. Az SO_2 létező oxid, egy molekulájában 16 + 8 + 8 = 32 db elektron van.

5. 0166 100 + 1 + 32 + 7 + 22 + 4 = 166

6. 0001 Jelöljük a 2010201020102010 számot n-nel! Ekkor a tört:

$$\frac{(n+1)(2n+1)-n}{n(2n+1)+n+1} = \frac{2n^2+2n+n+1-n}{2n^2+n+n+1} = \frac{2n^2+2n+1}{2n^2+n+n+1} = 1$$

7. 1250 V(hordó) $= A \cdot h = 40 \cdot 10 = 400$ dm^3
$\rho = m / V = 500\,000$ g / 400 dm^3 = 1250 g/dm^3

8. 0195 $M = F \cdot k = m \cdot g \cdot k = 15 \cdot 10 \cdot 1{,}3 = 195$ Nm

9. 0020 $h = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot g \cdot t^2 = 1/2 \cdot g \cdot t^2$ ($v_0 = 0$ m/s)
$18 + 2 = 1/2 \cdot 10 \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad t = 2$ s = 20 tizedmásodperc

10. 0052 Legyen a közös hőmérséklet T! Ekkor ΔT(Nala vize) = (T – 20) °C, ΔT(Szimba vize) = (71,2 – T) °C. A leadott és a felvett hőenergia ($Q = c \cdot m \cdot \Delta T$) mennyisége megegyezik:
$4{,}2 \cdot 3 \cdot (T - 20) = 4{,}2 \cdot 5 \cdot (71{,}2 - T) \quad \rightarrow \quad T = 52$, azaz 52 °C-os fokos lett a víz

11. 0106 Az öt állat közül semelyik kettő a többiek távollétében nem nyithatja ki a szekrényt, ezért bármelyik két állathoz található legalább egy olyan zár, amelyhez egyiküknek sincs kulcsa. Két másik állathoz nem tartozhat ugyanez a zár, amit ők sem tudnak kinyitni. Ezért legalább annyi zár kell, ahányféleképp az öt állat közül kettőt kiválaszthatunk, azaz legalább 10 zárra van szükség. Mindegyik állatot legalább annyi kulccsal kell ellátni, ahányféleképp ki tudunk választani kettőt a többi négy állatból – vagyis legalább 6 kulccsal – mivel bármelyik állatnál kell kulcsnak lennie a többi négy állatból képezhető 6 pár mindegyikéhez. 10 zár és 6 kulcs elegendő a feltétel teljesítéséhez (+ ha van hozzá kulcsa, - ha nincs):

	1. zár	2. zár	3. zár	4. zár	5. zár	6. zár	7. zár	8. zár	9. zár	10. zár
Szimba	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+
Nala	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+
Timon	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+
Pumba	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-
Zazu	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-

Összesen 10 zár, fejenként 6 kulcs. Válasz: 106

12. 0022 Minimum 6 határátlépés szükséges. A felsoroltak közül Afrika nagy tájegységei: Kongó-medence, Atlasz, Szudán, Etióp-magasföld. 6 · 3 + 4 = 22.

13. 0420 $6CO_2 + 6H_2O = C_6H_{12}O_6 + 6O_2$
180 g glükóz keletkezéséhez 108 g víz szükséges. Egy héten az antilop 10 000 · 0,01 · 7= 700 g glükózt fogyaszt el. Ennek a fotoszintézis révén történő létrejötte 700 · 108 / 180 = 420 g, azaz 420 cm^3 vizet igényel.

14. 3780 $1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9 = 3780$

15. 0015 $\frac{x}{x+35} = 0{,}125 \rightarrow x = 5$ kg

$\frac{5}{5+y} = 0{,}2 \rightarrow y = 20$ kg $\rightarrow 35 - 20 = 15$ kg

16. 5557

	egyenlítői	*trópusi sivatagi*	*szavannai*	*mediterrán*
csapadék mennyisége	1	0	2	2
évszakok száma	1	2	2	4
folyók vízjárása	1	2	0	0
hőingás	2	1	1	1
	5	**5**	**5**	**7**

17. 0015 Szimba súlya 2000 N, Pumbáé 1000 N. A lejtőn felfelé haladás során végzett munka:
$W = F \cdot s = (2000 + 1000) \cdot 100 = 300\,000$ J
E(életműködés) = (19 + 11) · 60 = 1800 J *(Ez a valóságosnál nagyságrendekkel kisebb!)*
E(összes) = 301 800 J → ez 301 800 / 20 120 = 15 g tápláléknak felel meg.

18. 0012 $v_1 = 2$ m/s = 7,2 km/h; $s_1 = s_2 = s$; $t_1 = s / v_1$; $t_2 = s / v_2$

$$\mathrm{v}_{\text{átl}} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{7{,}2} + \frac{1}{36}} = \frac{2}{\frac{6}{36}} = 12 \text{ km/h}$$

19. 0365 Legyen a teli tó víztartalma S liter, az egy napi növekmény a forrásból n l. Mivel 183 gnú 1 nap alatt issza ki a tó vizét, ez azt jelenti, hogy kiissza a már meglévő S litert és az egy nap alatt még hozzá befolyó n litert. Azaz 183 gnú egy nap alatt $S + n$ l vizet iszik meg. Ekkor, feltételezve, hogy minden gnú egyenlő mennyiséget iszik meg, egy nap alatt egy gnú (S + n)/183 l vizet iszik meg. A másik feltételből 37 gnú 5 nap alatt $S + 5n$ l vizet iszik meg, ezért egy gnú egy nap alatt $(S + 5n)/(37 \cdot 5)$ litert. Ebből adódik, hogy $(S + n)/183 = (S + 5n)/185$, ahonnan $S = 365n$. Tehát 183 gnú egy nap folyamán $365n$ + n = $366n$ liter vizet iszik meg, amiből viszont az is következik, hogy egy gnú egy nap alatt pontosan $2n$ liter vizet iszik meg. Ez azt jelenti, hogy n litert fogyaszt el a teli tó vizéből és még azt az n litert, ami a nap folyamán befolyik a tóba. Mivel a teli tó tartalma $365n$ liter, ezért pontosan a 365. nap végére ürül ki teljesen a tó, ha csak egy gnú iszik belőle.

20. 2022 Banzai első kijelentése után tudjuk, hogy a nála levő szám nem 1. Ed első válaszából megtudjuk, hogy a nála levő szám nem 1 vagy 2. Banzai második kijelentése után tudjuk, hogy a nála levő szám nem 1, 2 vagy 3. Ed második válaszából megtudjuk, hogy a nála levő szám nem 1, 2, 3 vagy 4. ... Ed tizedik válaszából megtudjuk, hogy a nála levő szám nem 1, 2, ..., 19 vagy 20. Ebből kapjuk, hogy vagy Banzainál van a 20 és Ednél a 21, vagy Banzainál van a 21 és Ednél a 22.

21. 0487 Az ideális oldathoz szükséges cukor tömege: 0,5 · (12 · 12 + 1 · 22 + 11 · 22) = 171 g, a vízé pedig: 28,5 · 18 = 513 g. Az ideális oldat tömege így 513 + 171 = 684 g, oldottanyag-tartalma pedig 513 / 684 → 25 *m*/*m*% lett volna. A töményebb oldat 25 + 23,7 = 48,7 *m*/*m*%-os lett, mivel Szimba x g-mal több cukrot adott hozzá, mint kellett volna. Így felírható:

$$\frac{171 + x}{684 + x} = 0{,}487$$

Ebből x = 316 g, tehát Szimba 171 + 316 = 487g cukrot hozott.

22. 0365

$$Na + H_2O = NaOH + \tfrac{1}{2}H_2$$
$$NaOH + HCl = NaCl + H_2O$$

A 46 g Na anyagmennyisége 2 mol, ebből az első egyenlet alapján 2 mol, azaz 80 g NaOH (o.a) képződik. A keletkezett oldat tömege az eltávozott 1 mol, azaz 2 g H_2-t is figyelembe véve 46 + 356 – 2 = 400 g. NaOH-ra nézve (80/400) · 100 = 20 *m*/*m*%-os. Így sósavból is 20 *m*/*m*%-os oldatra van szükség. A közömbösítéshez a második egyenlet alapján 2 mol, azaz 73 g HCl fogy. Ezt 73/0,2 = 365 g oldat tartalmazza.