

## 9. KIS KAVICS KUPA (2018) – megoldások

### 1. feladat

EU-s tagállamok, melynek eléréséhez Budapestről 0 EU-s tagállamok közti határt kell átlépni: Magyarország. EU-s tagállamok, melynek eléréséhez Budapestről 1 EU-s tagállamok közti határt kell átlépni: Ausztria, Horvátország, Románia, Szlovákia, Szlovénia. EU-s tagállamok, melynek eléréséhez Budapestről két EU-s tagállamok közti határt kell átlépni: Bulgária, Csehország, Lengyelország, Németország, Olaszország. EU-s tagállamok, melynek eléréséhez Budapestről 3 EU-s tagállamok közti határt kell átlépni: Belgium, Dánia, Franciaország, Görögország, Hollandia, Litvánia, Luxemburg. Ebben a **0018** országban keresse őket Göthe.

### 2. feladat

A legközelebbi napsütötte hely az északi sarkpont, mely  $43^\circ$ -kal északabbra van Budapestnél. Két egymástól  $1^\circ$ -ra lévő szélességi kör távolsága kicsit több 111 km-nél (a Föld sugara  $\Pi/180$  km), ennek 43-szorosa 100-asokra lefelé kerekítve **4700** km.

### 3. feladat

Ezen ország a Cseh Köztársaság, ez **0015** karakterből áll.

### 4. feladat

Az első 18 prímszám közt van a 2 és az 5 is, szorzatuk osztható e kettő szorzatával, 10-zel, így a 0 (megoldás: **0000**) számjegyre végződik.

### 5. feladat

60 számból kettőt  $60 \cdot 59/2 = 1770$ -féleképp választhatunk ki. 60 darab egymást követő pozitív egész szám közül 20 db 3-mal osztható, 20-20 db pedig 3-mal osztva 1, illetve 2 maradékot ad. A 60-ból két szám összege akkor osztható 3-mal, ha mindkettő osztható 3-mal, ilyen két számot  $20 \cdot 19/2 = 190$ -féleképp választhatunk ki, vagy ha az egyik 3-mal osztva 1, a másik 2 maradékot ad, ilyen két számot  $20 \cdot 20 = 400$ -féleképp választhatunk ki a 60-ból. Így 1770 esetből  $190 + 400 = 590$ -ben osztható 3-mal a számok összege. Ezért az esély 60-szorosa  $590/1770 \cdot 60 = \mathbf{0020}$ .

### 6. feladat

Az egymilliónál nem nagyobb négyzetszám legfeljebb 1000-nek a négyzete. Egy egész számnak csak az utolsó három számjegye befolyásolja négyzetének utolsó három számjegyét. (Általánosan: utolsó  $n - n$  természetes szám – számjegye négyzetének utolsó  $n$  számjegyét). A "289-re végződő négyzetű" szám négyzetének utolsó számjegye 9, emiatt a keresett szám csak 3-ra és 7-re végződhet. Az ilyen számok közül a 17 / 33 / 67 / 83-ra végződő számok négyzete végződik 89-cel, és a 17 / 33 / 67 / 83 végű számok közül a 17 / 233 / 267 / 483 / 517 / 733 / 767 / 983-ra végződő számok négyzete végződik 289-cel. Ilyen pozitív számból 1000-ig 8 akad: 17, 233, 267, 483, 517, 733, 767, 983, ezek négyzeteiből **0008** van, ennyi számmal lehet védekezni.

### 7. feladat

Nézzük, legfeljebb hány gyermek maradt otthon, 1–20-ig legfeljebb hány számot választhatunk ki, hogy egyik se legyen osztója a többi szorzatának. Ebben a 11, 13, 17 és 19 számok benne lehetnek, nem osztóik a többi tizenkilenc szorzatának se, de a többi szám közül egyik se osztója ezekkel együtt se a többi szorzatának, ha nélkülük nem osztható, kivéve, ha csak az 1 volt kiválasztva, de akkor több szám nem

választható, ekkor meg már négy is. Így egy ilyen kiválasztásban a 11, 13, 17 és 19 benne van, az 1 nem. Nézzük, a maradó 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20 számok közül legfeljebb hány választható ki, hogy egyik se legyen osztható a többi szorzatával. A 7 és 14 közül 1 választható ki (7 osztója 14-nek), kedvezőbb a 7-et, mert ez se lesz osztója a többi szorzatának, és ami ő és más számok szorzatának osztója, a 14 és ugyanazon más számok szorzatának is osztója, de pl. 2 osztója 14-nek, az kizárja az „otthonmaradásból”, de nem osztója 7-nek. Mivel a 7 is prímszám, újra elég a maradék számokból (1–20-ig az egész számok, kivéve 1, 7, 11, 13, 14, 17, 19) nézni, hány választható ki, hogy egyik se legyen osztója a többi szorzatának. Ezekből 3-nál többet nem lehet kiválasztani (esetekre bontva belátható). Legfeljebb 8-an maradtak otthon, így legalább  $20 - 8 = \underline{0012}$ -en mentek el.

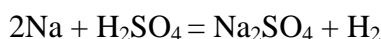
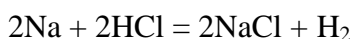
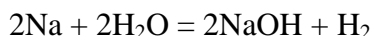
### 8. feladat

Legyen Aladár helye A, Benedeké B, Cilié C és Dávidé D pont. Mivel  $16^2 + 63^2 = 65^2$ , az ABC háromszög derékszögű (2 oldal hosszának négyzetösszege egyenlő a harmadikéval). Ugyancsak, mivel  $25^2 + 60^2 = 65^2$ , az ADC háromszög derékszögű (két oldal hosszának négyzetösszege egyenlő a harmadikéval). Így mindkét háromszögben a terület a befogók szorzata/2, 504 illetve 750 egységnégyzet. Ezek összege, vagyis 1254 egységnégyzet a négyzet területének (mivel konvex).

### 9. feladat

A kékesi sárkányok által keresett négyjegyű természetes számok mind a négy számjegye hétféle lehet (a három „Kékes magasságában szereplő” számjegyen kívüliek), így ők  $7^4 = 2401$  számot találnak. Az írott-kői sárkányok által keresett háromjegyű számok százas helyiértékén 7 számjegy lehet (a 0 miatt) a másik két számjegye 8-féle lehet (egyik számjegy se lehet az Írott-kő magasságában szereplő), így  $7 \cdot 8^2 = 448$  számot találnak. A Kékesen  $2401 - 448 = \underline{1953}$  számmal találnak többet.

### 10. feladat



A legtöbb hidrogén a sósavba dobásnál keletkezik, ugyanis abban a nátrium lényegében 900 gramm vízzel és 100 gramm HCl-dal reagál, így a „100 gramm vizes” esetben egyértelműen több hidrogén keletkezik. A kénsavba dobás esetén a különbség annyi, hogy a 100 gramm kénsav hidrogéntartalma, melyből hidrogén keletkezik, kisebb, mint a hidrogén-kloridé [ $M(\text{H}) / M(\text{HCl}) > 2M(\text{H}) / M(\text{H}_2\text{SO}_4)$ ]. A 900 gramm víz hidrogéntartalmának (100 g) fele szabadul fel, ez 50 gramm. A 100 gramm HCl hidrogéntartalma pedig  $\approx 2,78$  gramm. Így összesen  $\approx 52,78$  gramm hidrogén keletkezik, ez lefelé kerekítve 0052 gramm.

### 11. feladat

A savas kémhatású vizes oldatú anyagok a felsoroltak közt: kén-trioxid, szén-dioxid, foszforsav. Ezek moláris tömegeinek összege  $80 + 44 + 98 = \underline{0222}$ .

### 12. feladat

A színes anyagok a felsoroltak közt:  $\text{S}_8$ ,  $\text{P}_\infty$ , Au,  $\text{NO}_2$ , Cu,  $\text{F}_2$ . Így összesen 0006 anyaggal lehet a szfinxet táplálni.

**13. feladat**

210 g telített kalcium-klorid oldat 84 g, azaz 0,75 mol  $\text{CaCl}_2$ -ot tartalmaz, ebben 1,5 mol kloridion van. Ennyinek kell lennie a kálium-klorid oldatban is. 1,5 mol kloridionhoz 1,5 mol KCl kell, az 112,5 gramm kálium-klorid. Az oldat 25 m/m%-os lesz, tehát tömege 4-szerese az oldott anyagénak, **0450** gramm.

**14. feladat**

Az esés ideje  $\sqrt{2h/g} = \sqrt{(160 \text{ m}/(10 \text{ m/s}^2))} = 4$  másodperc. Ezalatt a függőleges helyváltoztatás 80 m, a vízszintes  $t \cdot v = 4 \text{ s} \cdot (12 \text{ m/s}) = 48 \text{ m}$ . Így a Demiguise elmozdulása Pitagorasz-tétellel  $\sqrt{((80 \text{ m})^2 + (48 \text{ m})^2)} \approx 93,3 \text{ m}$ . A két érték összege  $4 + (\approx 93,3) \approx 97,3$ , ez lefelé kerekítve **0097**.

**15. feladat**

A teljesítmény  $(1/2 m \cdot v^2)/t = (1/2 \cdot 100 \text{ kg} \cdot (10 \text{ m/s})^2 / 5 \text{ s}) = \mathbf{1000 \text{ W}}$ .

**16. feladat**

A 15 cm higanyt 13,6-szor ennyi, 204 cm víz „ellensúlyozza” a túloldalon, így azon szárban a folyadékoszlop  $204 \text{ cm} - 15 \text{ cm} = 189 \text{ cm}$ -rel lesz magasabb. Mivel a két szárban összesen 615 cm magas a folyadékoszlop, a másik számban  $(615 + 189)/2 = 402 \text{ cm}$  magasságig érne a víz, de csak 4 m-ig érhet, a többi kifolyik. Így a kért számban a folyadékoszlop  $4 \text{ m} - 189 \text{ cm} = 211 \text{ cm}$  magasságig fog érni. Így a folyadékoszlop magassága  $3 \text{ m} - 211 \text{ cm} = \mathbf{0089 \text{ cm}}$ -rel csökken.

**17. feladat**

Mérjük az energia nullpontját a  $8^\circ\text{C}$ -on, a folyamat végén az egész rendszer ilyen hőmérsékletű. Így a folyamat elején ugyanakkora abszolút értékű a víz (Cola) és jég energiája. Legyen a jég tömege  $x$ . Ekkor:

$$x \cdot 8 \text{ K} \cdot 4200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) + x \cdot 334000 \text{ J}/\text{kg} = x \cdot 367600 \text{ J}/\text{kg} = 0,3 \text{ kg} \cdot 14 \text{ K} \cdot 4200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

Így  $x = 17640 \text{ J}/(367600 \text{ J}/\text{kg}) \approx 47,9 \text{ g}$ . Ez lefelé kerekítve **0047** gramm jég.