Kis Kavics Kupa 2014 — Eredmények

1. 0000 Mivel 10 különböző betű van, az egyik 0-nak felel meg, szorzatuk így 0.

2. 0840 három egyenletet állíthatunk föl:
$31 = 1 + k + f + m$
$78 = 2 + 4f + 2m$
$2m - 1 = f$
Ezekből $m = 8$, $f = 15$ és $k = 7$
$7 \cdot 15 \cdot 8 = 840$

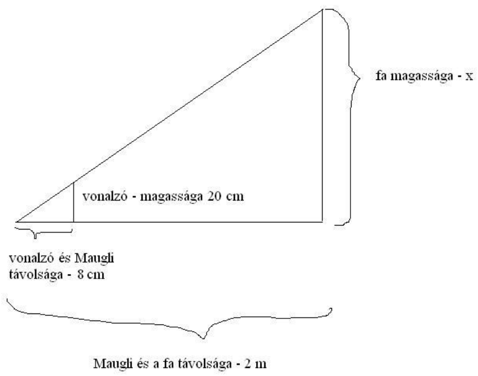
3. 0003 $V = 5$ m/s, $M = 20$ kg, $m = 30$ kg, $V_k = ?$
A lendületmegmaradás törvénye miatt annyi lesz az ember és a csónak összes lendülete, mint amennyi az emberé volt a beugrás előtt.
$mV + 0 = (m + M) \cdot V_k$
$V_k = m \cdot V / (m + M) = 30 \text{ kg} \cdot 5 \text{m/s} / (20 + 30) \text{ kg} = 3 \text{ m/s}$

4. 0324 $= (3 \cdot 6)^2$

5. 0007 1 adag banánt x barát 7 nap alatt fogyaszt el
1 barát egy adag banánt 7x nap alatt fogyasztana el (naponta egyet eszik)
x+3 barát 4 nap alatt eszik meg egy adag banánt
1 barát $4(x + 3)$ nap alatt fogyasztaná el
$7x = 4(x + 3)$
$x = 4 \rightarrow 4$ barátja volt, de megismert még hármat, így összesen 7 barátja van

6. 0007 Bécs, Brüsszel, Budapest, Berlin, Bukarest, Bern, Belgrád

7. 0500 Láthatjuk, hogy a vonalzó és Maugli szemszögéből alkotott háromszög hasonló a fa és Maugli szemszögéből alkotott háromszöggel, mivel belső szögeik rendre egyenlőek. Tehát oldalaik aránya is állandó. Így (8 cm: 20 cm) = (200 cm: x).
x = 500 cm



8. 0006 adott: $V_0 = 10$ m/s, $H = 120$ m
Jelölje t_{em} a kő emelkedése, t_{es} pedig a kő esése közben eltelt időt.
$t_{em} = V_0/g = \underline{1s}$
$h = V_0^2 / (2 \cdot g) = \underline{5 \text{ m}}$
$H + h = (g/2) \cdot t_{es}^2$
$t_{es}^2 = 2 \cdot (H + h)/g$
$t_{es} = 5s$
$t_{összes} = t_{em} + t_{es} = \underline{6s}$

9. 0021 1. per.: 1 db, 2. per.: 6 db, 3. per.: 5 db, 4. per.: 4 db, 5. per.: 3 db, 6. per.: 2 db — azaz összesen 21 db

10. 0005 A 0,6 kg gyümölcsből 0,1 l tömény narancs és 0,4 l víz lesz, ekkor 1 literesnek kell lennie az italnak, hogy a 10% = 0,1 l legyen. Így 0,5 l = 5 dl vizet kell még a facsart narancsléhez tölteni.

11. 0055 Ahhoz, hogy a számegyenes 0 pontjából 11 ugrással a 7-be jussunk, pontosan 9 ugrást kell jobbra és 2-t balra megtenni. Ha meghatározzuk, hogy ezt a 2 balra ugrást hányféleképpen lehet megtenni, megkapjuk az összes lehetőség számát. 11 ugrásból az egyik balra ugrást 11 féle helyre, míg a másik balra ugrást 10 féle helyre választhatjuk. Ez összesen $10 \cdot 11 = 110$ lehetőség. De mivel a balra ugrások kiválasztásának sorrendje nem számít, így most minden eset kétszer van számolva. A végső megoldáshoz tehát még osztanunk kell 2-vel. 110/2 = 55 féleképpen ugrálhatott a szöcske.

12. 2400 Amekkora területen Maugli benézhet, az éppen akkora, amennyit lejjebb húztunk, így tehát $30 \cdot 80 = 2400$ cm. Másképp: ha a redőny fenti félkörívből álló részét levágjuk és 30 cm-rel feljebb csúsztatjuk, pont a rés helyére, akkor most egy téglalap alakú részen látunk ki, amelynek területe ugyanakkora, mint az eredeti résé volt, oldalai pedig ismét 30 és 80 cm-esek, területe tehát 2400 cm^2.

13. 4000 $2Mg + O_2 = 2MgO$
20 g MgO 20/40 = 0,5 mol. 0,5 mol, azaz 12 g magnéziumból és 0,25 mol, azaz 8 g oxigénből keletkezett. Tehát az oxigénből maradt 12 – 8 = 4 g = 4000 mg.

14. 0017 Először Maugli és Bagira megy át. (2 perc) Ezután Maugli visszamegy az induló oldalra. (1 perc). Majd Balú és Ká mennek át. (10 perc). Ezután Bagira viszi a fáklyát az induló oldalra (2 perc), végül Maugli és Bagira együtt mennek át a túloldalra. (2 perc) 2 + 1 + 10 + 2 + 2 = 17

15. 0295 3 elefántbőr 3 · 37 = 111 majom
4 párduc + 5 kígyó = 74 – 4 = 70 majom
4 párduc = 6 kígyó + 4 majom
11 kígyó + 4 majom = 70 majom
11 kígyó = 66 majom
1 kígyó = 6 majom
1 tigris = 111 majom + 6 majom + 1 majom = 118 majom = 118 · 2,5 = 295 tál rizs

16. 2005 A mongúzra két mozgásegyenletet írhatunk föl:
függőlegesen: mg = N → N = 50 N
vízszintesen: F = 20 + S = 20 + μ · N = 20 + 0,001 · 50 = 20,05 N = 2005 cN

17. 0024 Az I. dobozban van a gyümölcs — az embernek 24 darab bordája van.
(mellesleg a zsiráfnak 7 nyakcsigolyája van, az embernek 206 csontja)

18. 0039 = 8 + 4 + 5 + 6 + 9 + 7 (Pakisztán, Kína, Nepál, Bhután, Banglades, Mianmar/Myanmar)

19. 0550 Ehetőek: sárga rókagomba, császárgomba, nagy őzlábgomba, erdőszéli csiperke.
Mérgezőek: párducgalóca, világító tölcsérgomba, légyölő galóca, gyilkos galóca.
(4 + 6 + 3 + 12) · (2 + 5 + 8 + 7) = 550

20. 0390 $2K + Br_2 = 2KBr$
n(KBr) = 5950/119 = 50 mol → 50 mol K kell, *m* = 50 · 39 = 1950 g.
Mivel ez a szükséges össztömeg 0,5%-a, 100% = 200 · 1950 = 390000 g = 390 kg.

21. 0030 A molekulát alkotó síkidomok oldalainak száma: 5 · 12 + 6 · 20 = 180. Mivel egy "él" két oldal találkozásánál jön létre, az élek száma, és így az első kötések száma 180/2 = 90. A 60 szénatom mindegyike 4 külső e^--nal rendelkezik, ebből 3 tartja össze a „focilabdát", azaz atomonként 1 e^- marad a kettős kötésekre. Ez összesen 60/2 = 30 kettős kötés. (Ezek a kettős kötések valójában delokalizálódnak.)

22. 0144 Összesen 3^5 = 243 lehetőség van. Ebből le kell számítani, amikor ‘s’ után ‘f’ hang jön. Nézzük meg, ebből mennyi van — aszerint, hogy mikor mondja a kígyó először az ‘sf’ kombinációt. Ha az 1-2. helyen áll az ‘sf’, akkor 27 lehetőség van; ha a 2-3. helyen, szintén 27; ha a 3-4. helyen: 24 (előtte: 8, ugyanis az ‘sf’-et már számba vettük, utána: 3); ha a 4-5. helyen: 21 (‘sfx’ — ez 3 lehetőség, ‘xsf’ — ez szintén 3, azaz 27-6 = 21). Ez összesen 99. 243 – 99 = 144.

23. 0007 Első lépésben a 63-nál több kavicsot tartalmazó halmokból elveszünk 64-et. A kupacokban legfeljebb 63 kavics marad. Másodjára, ahonnan lehet, elveszünk 32 kavicsot. Ekkor egy-egy halomban legfeljebb 31 kavics lehet. Ezután 16 kavicsot vegyünk el a megfelelő halmokból. Ekkor mindenhol legfeljebb 15 maradhat. A következő lépésekben 8-at, 4-et, 2-t, végül 1-et veszünk el.
Bizonyítható, hogy 6 lépésben nem lehetséges a leszedés. Tegyük fel, hogy mégis lehet. Minden kupachoz rendeljünk hozzá egy 6 jegyű 0-1 sorozatot (kód). Az i. helyen 1 áll, ha az i. lépésben veszünk el onnan legalább egy kavicsot. Az i. helyen 0 áll, ha az i. lépésben abból a kupacból nem veszünk el kavicsot. Mivel minden kupacban kezdetben különböző számú kavics volt, ezért minden kupac 0-1 kódja különböző kell, hogy legyen. De csak 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 = 64 kód létezik, ez ellentmondás. Tehát nem lehet 6 lépéssel megoldani.